MATHS

मनोरंजक गणित में डिजिटल रूट, घातों और संख्या-पैटर्न का अध्ययन

गौतम गहलोत

जोधपुर, राजस्थान, भारत

Published November 2026

Abstract

इस शोध-पत्र में प्राकृतिक संख्याओं केडिजिटल रूट, वर्गों एवं घनों केडिजिटल रूट, घातों केयोग, अंकों को उलटकर बनाई गई संख्याओं, दशमलव संख्याओं तथा कुछ विशेष संख्या-पैटर्न का अध्ययन प्रस्तुत किया गया है। लेखक द्वारा संकलित उदाहरणों और प्रस्तावित संबंधों को व्यवस्थित रूप में रखा गया है। डिजिटल रूट की गणितीय व्याख्या modulo 9 केआधार पर की गई है, जिससे कुछ सामान्य गुणों को प्रमाणित किया जा सकता है। दस्तावेज़ में दिए गए सभी कथनों को एक समान प्रमाणित प्रमेय नहीं माना गया है: कुछ कथन मानक गणितीय गुण हैं, कुछ उदाहरण-आधारित अनुमान हैं और कुछ सूत्रों में मूल पांडुलिपि की गणना अथवा संकेतन की जाँच आवश्यक है। इसलिए यह लेख एक प्रारंभिक शोध-मसौदा है, अंतिम सहकर्मी-समीक्षित शोधपत्र नहीं।

Keywords: डिजिटल रूट; modulo 9; मनोरंजक गणित; संख्या-पैटर्न; घात; फैक्टोरियल; उलटी संख्या; दशमलव संख्या

1 परिचय (Introduction)

मनोरंजक गणित में संख्याओं केऐसे गुणों और पैटर्न का अध्ययन किया जाता है जो देखने में सरल, रोचक और कभी-कभी अप्रत्याशित होते हैं। इस संकलन का मुख्य विषय डिजिटल रूट है। किसी धनात्मक पूर्णांक केअंकों को बार-बार जोड़कर एक अंक प्राप्त करने की प्रक्रिया को डिजिटल रूट कहते हैं। उदाहरण केलिए, 15786 केअंकों का योग 27 है और 2+7=9; अतः इसका डिजिटल रूट 9 है।

डिजिटल रूट का संबंध modulo 9 अंकगणित से है। इसी कारण किसी संख्या और उसकेअंकों केयोग का शेषफल 9 से भाग देने पर समान होता है। इस आधार पर वर्गों, घनों, घातों केयोग तथा संख्याओं केउलटाव से संबंधित कई पैटर्न का परीक्षण किया जा सकता है।

2 शोध के उद्देश्य (Objectives)

- डिजिटल रूट की मूल परिभाषा और उसके modulo 9 से संबंध को स्पष्ट करना।
- वर्गों, घनों तथा घातों के योग के डिजिटल रूट का अध्ययन करना।
- अंकों को उलटकर बनी संख्याओं और दशमलव संख्याओं के योग में पैटर्न खोजना।
- विशेष संख्याओं, फैक्टोरियल तथा चुने हुए बीजीय व्यंजकों का परीक्षण करना।
- उदाहरणों, गणनाओं और प्रमाणों के आधार पर सही निष्कर्षों तथा अप्रमाणित अनुमानों में अंतर करना।

3 शोध-पद्धति (Methodology)

इस प्रारंभिक अध्ययन में संख्यात्मक उदाहरणों, अंकों केयोग, बीजीय सरलीकरण और modulo 9 केविचार का उपयोग किया गया है। किसी सामान्य कथन को प्रमेय केरूप में स्वीकार करने केलिए केवल कुछ उदाहरण पर्याप्त

नहीं होते; उसकेलिए सभी अनुमत मानों पर लागू होने वाला तर्कया औपचारिक प्रमाण आवश्यक है। जहाँ मूल दस्तावेज़ में चर, घात या दशमलव केसंकेतन अस्पष्ट हैं, वहाँ उस कथन को सत्यापित करने योग्य प्रश्न केरूप में रखा गया है।

4 मूल परिभाषाएँ(Definitions)

4.1 डिजिटल रूट

किसी धनात्मक पूर्णांक n का डिजिटल रूट $\mathrm{DR}(n)$ वह एक-अंकीय संख्या है जो उसकेअंकों को बार-बार जोड़ने पर प्राप्त होती है। उदाहरण: $15786 \to 1+5+7+8+6=27 \to 2+7=9$। धनात्मक पूर्णांकों केलिए इसे इस प्रकार भी लिखा जा सकता है: $\mathrm{DR}(n)=1+((n-1) \bmod 9)$। इस परिभाषा में 9 का डिजिटल रूट 9 माना जाता है।

4.2 डिजिटल रूट की समानता का संकेत

मूल पांडुलिपि में '=+' संकेत का उपयोग यह बताने केलिए किया गया है कि दोनों पक्षों केडिजिटल रूट समान हैं। इस शोध-मसौदे में स्पष्टता केलिए इसे 'DR(LHS)=DR(RHS)' केरूप में लिखा गया है। यह सामान्य बराबरी (=) का संकेत नहीं है।

4.3 उलटी संख्या

किसी पूर्णांक केअंकों का क्रम उलटकर बनी संख्या को यहाँ उसकी उलटी संख्या कहा गया है। उदाहरण केलिए 15786 की उलटी संख्या 68751 है। प्रारंभिक शून्य हटाने और दशमलव बिंदु की स्थिति केनियम प्रत्येक प्रयोग में अलग से बताने चाहिए।

5 गणितीय परिणाम एवं अवलोकन (Mathematical Findings)

5.1 वर्गों के डिजिटल रूट

किसी भी पूर्णांक केवर्ग का डिजिटल रूट 1, 4, 7 या 9 में से एक होता है। यह कथन modulo 9 से सिद्ध होता है, क्योंकि किसी पूर्णांक का शेष 0 से 8 तक हो सकता है और उनकेवर्गों केmodulo 9 शेष केवल 0, 1, 4, 7 होते हैं। शेष 0 के लिए धनात्मक वर्ग का डिजिटल रूट 9 होता है।

उदाहरण: $1^2=1$ (DR 1), $2^2=4$ (DR 4), $3^2=9$ (DR 9), $4^2=16$ (DR 7), $7^2=49$ (DR 4)।

5.2 घनों के डिजिटल रूट

किसी पूर्णांक केघन का डिजिटल रूट 1, 8 या 9 होता है। modulo 9 में किसी संख्या केघन का शेष 0, 1 या 8 ही हो सकता है। इसलिए धनात्मक पूर्णांकों के लिए डिजिटल रूट क्रमशः9, 1 या 8 होगा।

उदाहरण: $2^3=8$ (DR 8), $3^3=27$ (DR 9), $4^3=64$ (DR 1)।

5.3 लगातार घातों के योग का डिजिटल रूट

यदि k कोई धनात्मक पूर्णांक है, तो 3 की प्रत्येक घात 3^2, 3^3, ... सभी 9 से विभाज्य हैं। अतः ऐसे पदों केकिसी भी धनात्मक, सीमित योग का डिजिटल रूट 9 होगा। उदाहरण केलिए $3^2+3^3=9+27=36$, जिसका डिजिटल रूट 9 है। यही तर्क6^2, 6^3, ... के लिए भी लागू होता है, क्योंकि 6 की दूसरी और उससे बड़ी घातें 9 से विभाज्य हैं।

सावधानी: अनंत पदों केयोग को सामान्य वास्तविक संख्या की तरह नहीं माना जा सकता; $3^2+3^3+\ldots$ एक अपसारी श्रेणी है। इसलिए मूल दस्तावेज़ में लिखे 'अनंत' योग केस्थान पर सीमित आंशिक योग का कथन उपयोग करना गणितीय रूप से उचित है।

5.4 घातों के गुणन का उदाहरण

प्राकृतिक संख्याओं M और N केलिए 3^M × 3^N = 3^(M+N)। यदि M,N≥1, तो M+N≥2 और परिणाम 9 से विभाज्य है; इसलिए उसका डिजिटल रूट 9 होगा।

5.5 वर्गों के अंतर का संबंध

बीजीय सर्वसमिका $A^2-(A-1)^2=2A-1$ है। यह वास्तविक संख्याओं में सटीक समानता है, केवल डिजिटल रूट की समानता नहीं। उदाहरण: $2^2-1^2=4-1=3=2\times2-1$। अतः दोनों पक्षों के डिजिटल रूट भी समान होंगे।

5.6 उलटी दशमलव संख्याओं का योग

यदि दो अंकों वाली दशमलव संख्या को a.b केरूप में और उसकेउलटे रूप को b.a केरूप में लिखें, तो उनका योग a.b+b.a=1.1(a+b) होता है। इसलिए यह योग 1.1 का पूर्ण गुणज है (जहाँ a और b अंक हैं)। उदाहरण: 8.9+9.8=18.7=1.1×17।

तीन अंकों केउदाहरणों में दशमलव बिंदु और अंकों को उलटने की परिभाषा स्पष्ट करना आवश्यक है। मूल दस्तावेज़ में 1.23+32.1=33.33 तथा 4.56+65.4=69.96 जैसे उदाहरण दिए गए हैं; इनका सामान्य नियम अलग से स्पष्ट करके सिद्ध किया जाना चाहिए।

5.7 फैक्टोरियल से संबंधित कथन

मूल संकलन में 6! तथा उससे बड़े फैक्टोरियल केडिजिटल रूट 9 होने का विचार दिया गया है। यह सही है: n≥6 होने पर n! में 3 और 9 के गुणनखंड मौजूद होते हैं, इसलिए n! 9 से विभाज्य है और उसका डिजिटल रूट 9 होता है।

संकलन में (7!+...) तथा (6+...)! जैसे कुछ सूत्र अधूरे/अस्पष्ट हैं। उनकेपूर्ण रूप और चर-सीमा केबिना उन पर कोई सामान्य निष्कर्ष देना संभव नहीं है।

5.8 विशेष संख्या-पैटर्न

मूल पांडुलिपि में 14003, 233332 और 4888884 जैसी संख्याओं केनिर्माण में अंकों को उलटने तथा संख्याओं को जोड़ने की प्रक्रियाएँदी गई हैं। इन्हें मनोरंजक संख्या-पैटर्न केरूप में प्रस्तुत किया जा सकता है। किसी पैटर्न को प्रमेय कहने से पहले यह निर्धारित करना होगा कि अगला पद किस निश्चित नियम से बनाया जाता है और वह नियम सभी चरणों पर लागू होता है या नहीं।

उदाहरण के लिए 14003 की उलटी संख्या 30041 है और 14003+30041=44044। इसी प्रकार 44044+44044=88088। ये गणनाएँ उदाहरण के रूप में दर्ज की जा सकती हैं।

5.9 अंकों से बनी संख्याओं का योग

मूल दस्तावेज़ में 132 केअंकों से 13, 32, 21, 31, 23 और 12 संख्याएँबनाकर 13+32+21+31+23+12=132 प्राप्त किया गया है। यह एक विशिष्ट संयोजन है। इसे सामान्य नियम बनाने केलिए यह बताना होगा कि अंकों को किस क्रम और किस नियम से जोड़ा/व्यवस्थित किया गया है।

5.10 अन्य संख्यात्मक अवलोकन

- 11^11 = 285311670611; इस संख्या में '11' का दिखाई देना एक रोचक अंक-पैटर्न है।
- 25 = 3^3−2; यहाँ 2 और 3 दोनों अभाज्य संख्याएँ हैं।
- 10! = 6!×7!; दोनों पक्षों का मान 3,628,800 है।
- 2^7=128 तथा 128 के अंक 1, 2 और 8 को क्रमशः 2^0, 2^1 और 2^3 के रूप में लिखा जा सकता है।

6 परिणाम एवं चर्चा (Results and Discussion)

इस प्रारंभिक अध्ययन से स्पष्ट होता है कि डिजिटल रूट केअनेक गुण modulo 9 केआधार पर समझे जा सकते हैं। वर्गों और घनों केडिजिटल रूट केसीमित संभावित मान, 3 की घातों केयोग का डिजिटल रूट तथा 6! और उससे बड़े फैक्टोरियल का डिजिटल रूट जैसे कथनों को औपचारिक रूप से सिद्ध किया जा सकता है।

इसकेअतिरिक्त, उलटी संख्याओं, दशमलव संख्याओं और विशेष संख्याओं से जुड़े कई उदाहरण मनोरंजक गणित केलिए उपयोगी खोज-विषय प्रस्तुत करते हैं। हालांकि, केवल कुछ उदाहरणों से किसी सार्वभौमिक नियम की पुष्टि नहीं होती। प्रत्येक प्रस्तावित सूत्र के लिए चर का अर्थ, मानों की सीमा, संकेतन और प्रमाण देना आवश्यक है।

7 मूल पांडुलिपि में पुनः जाँच आवश्यक बिंदु

शोधपत्र को प्रकाशित करने से पहले निम्नलिखित स्थानों की गणना/संकेतन सुधारना आवश्यक है:

Table 1. मूल पांडुलिपि में पुनः जाँच आवश्यक बिंदु.

स्थान	जाँच / सुधार
पृष्ठ 3	50^2=125000 लिखा है; सही गणना 50^2=2500 है। 125000, 50^3 का मान है।
पृष्ठ 4	17^3 का डिजिटल रूट 17 नहीं, 8 है; 18^3 का डिजिटल रूट 9 है। डिजिटल रूट एक अंक होता है।
पृष्ठ 5	DR(A^A)=A को सामान्य नियम की तरह नहीं लिखा जा सकता; यह सभी A के लिए सत्य नहीं है।
पृष्ठ 21	15554+45551=61105 होता है, 16105 नहीं। आगे की पंक्ति में 61105 प्रयुक्त है।
पृष्ठ 34	$(1+2+3+4)^2$=100 होता है, 81 नहीं। दाईं ओर $1^3+2^3+2^3+4^3$=81 है; अतः लिखी गई समानता गलत है।
पृष्ठ 35	π का मान 666/212 के बराबर नहीं है। 666/212 लगभग 3.141509 है, जबकि π लगभग 3.141593 है।
पृष्ठ 36	90625^2=8,212,890,625 होता है। मूल दस्तावेज़ में दिया गया अंक-क्रम अलग है; उसे सुधारें।
पृष्ठ 41	$(A^3-A)/2$ का डिजिटल रूट हमेशा 6 होने का कथन सामान्यतः सही नहीं है; उदाहरण A=2 रखने पर मान 3 आता है।
पृष्ठ 43	$(A^2-A)/5$ का डिजिटल रूट हमेशा 4 होने का दावा A=3 पर सही नहीं बैठता; इसलिए सामान्य कथन हटाएँ या शर्तें स्पष्ट करें।
पृष्ठ 44	अंतिम सूत्र में घात/कोष्ठक की व्याख्या और दशमलव डिजिटल रूट की परिभाषा स्पष्ट किए बिना निष्कर्ष सत्यापित नहीं किया जा सकता।

8 निष्कर्ष (Conclusion)

यह संकलन डिजिटल रूट और संख्या-पैटर्न पर आधारित मनोरंजक गणितीय अन्वेषणों का प्रारंभिक संग्रह है। इसमें कुछ स्थापित गणितीय गुणों केसाथ कई विशिष्ट संख्यात्मक प्रयोग और प्रस्तावित सूत्र शामिल हैं। modulo 9 का उपयोग डिजिटल रूट से जुड़े अनेक परिणामों को सरलता से सिद्ध करने में सहायक है।

इस कार्य को एक मजबूत गणितीय शोधपत्र में विकसित करने केलिए प्रत्येक खोज को अलग-अलग क्रमांक देना, उसकी सटीक परिभाषा लिखना, उदाहरणों से परीक्षण करना और फिर सामान्य प्रमाण प्रस्तुत करना आवश्यक है। जिन कथनों का प्रमाण उपलब्ध नहीं है, उन्हें 'अनुमान' या 'संख्यात्मक अवलोकन' केरूप में ही प्रस्तुत किया जाना चाहिए।

9 भविष्य में शोध की संभावनाएँ(Future Scope)

- डिजिटल रूट पर आधारित सभी प्रस्तावित सूत्रों को modulo 9 के माध्यम से प्रमाणित करना।
- उलटी संख्याओं से बनने वाली पुनरावृत्त प्रक्रियाओं के लिए स्पष्ट algorithm बनाना।
- दशमलव संख्याओं के उलटाव के नियम और विभाज्यता के सामान्य सूत्र विकसित करना।
- कंप्यूटर प्रोग्राम की सहायता से बड़े मानों पर पैटर्न का परीक्षण करना; फिर गणितीय प्रमाण देना।
- प्रत्येक खोज की तुलना पहले से प्रकाशित गणितीय साहित्य से करना और उपयुक्त संदर्भ जोड़ना।

10 लेखक के लिए प्रकाशन-पूर्व सुझाव

यह दस्तावेज़ भाषा, संरचना और प्रारंभिक गणितीय जाँच केस्तर पर तैयार किया गया मसौदा है। इसे अभी 'सभी सूत्र सिद्ध करने वाला अंतिम शोधपत्र' न माना जाए। राष्ट्रीय या अंतरराष्ट्रीय पत्रिका में भेजने से पहले किसी गणित के प्राध्यापक/शोधकर्ता से प्रत्येक सूत्र का स्वतंत्र सत्यापन, प्रमाण और नवीनता (novelty) की जाँच करवाना उचित होगा।

References

[1] लेखक की मूल संकलित पांडुलिपि: “गौतम गहलोत की खोजें”, 44 पृष्ठ, उपलब्ध कराई गई PDF।

[2] इस मसौदे में डिजिटल रूट की व्याख्या प्राथमिक अंकगणितीय परिभाषा तथा modulo 9 के मानक गुणों पर आधारित है। औपचारिक प्रकाशन से पहले संबंधित पाठ्यपुस्तकों/शोध-साहित्य के पूर्ण bibliographic विवरण जोड़े जाने चाहिए।